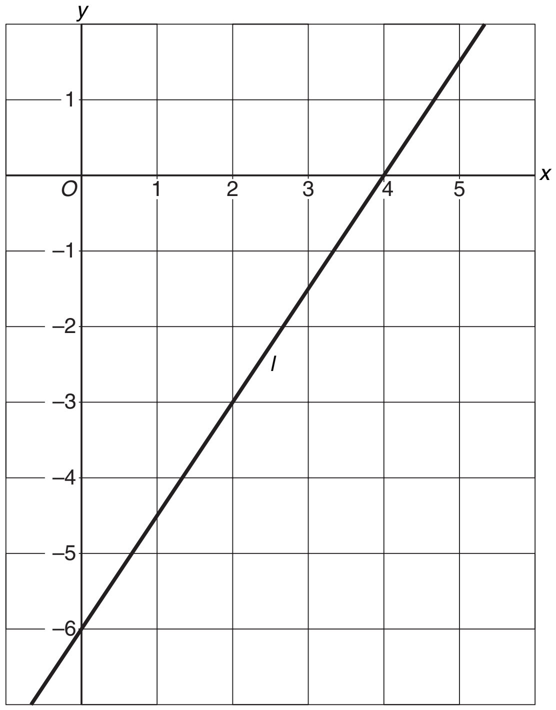
Diagnostische toets

bladzijde 82

1 a Snijpunt met x-as: $y = 0$ geeft $3x = 12$, dus $x = 4$. Snijpunt is $(4, 0)$
Snijpunt met y-as: $x = 0$ geeft $-2y = 12$, dus $y = -6$. Snijpunt is $(0, -6)$.



b Invullen klopt niet voor A en wel voor B en C. Dus B en C op l.

c $(24, p)$ invullen geeft
$$\begin{aligned} 3 \cdot 24 - 2p &= 12 \\ 72 - 2p &= 12. \\ -2p &= -60 \\ p &= 30 \end{aligned}$$

d Evenwijdig met l betekent $3x - 2y = a$.
Door $(8, -6)$ geeft $3 \cdot 8 - 2 \cdot -6 = a$, dus $a = 36$.
Vergelijking k: $3x - 2y = 36$.

2 a
$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} +$$
$$8x = 8 \quad \text{dus } x = 1$$
$$\left.\begin{aligned} x &= 1 \\ 5x + 2y &= 1 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} 5 + 2y &= 1 \\ 2y &= -4 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

De oplossing is $(1, -2)$.

b
$$\begin{cases} x - 5y = 16 \\ 2x + y = 13 \end{cases} \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix} \quad \text{geeft} \quad \begin{cases} x - 5y = 1 \\ 10x + 5y = 65 \end{cases} +$$
$$11x = 66 \quad \text{dus}$$
$$\left.\begin{aligned} x &= 6 \\ 2x + y &= 13 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} 12 + y &= 13 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

De oplossing is $(6, 1)$.

c $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 3x + 4y = 4 \end{cases} \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$ geeft $\begin{cases} 6x + 9y = 6 \\ 6x + 8y = 8 \end{cases}$ $-$

$$\left.\begin{array}{r} y = -2 \\ 2x + 3y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2x - 6 = 2 \\ 2x = 8 \\ x = 4 \end{array}$$

De oplossing is $(4, -2)$.

3 a $x + y = 118$ en $2{,}75x + 2{,}25y = 288$.

Deze laatste vergelijking kunnen we ook schrijven als $11x + 9y = 1152$.

b $\begin{cases} x + y = 118 \\ 11x + 9y = 1152 \end{cases} \begin{vmatrix} 9 \\ 1 \end{vmatrix}$ geeft $\begin{cases} 9x + 9y = 1062 \\ 11x + 9y = 1152 \end{cases}$ $-$

$-2x = -90$ dus $x = 45$

Hij heeft 45 Magnums verkocht.

4 a $x - 2y \leq 0$

l: $x - 2y = 0$ door $(0, 0)$ en $(4, 2)$.

Punt $(1, 0)$ invullen geeft $1 - 0 \leq 0$ en dit klopt niet.

Dus $(1, 0)$ ligt niet aan de juiste kant van l.

$2x + 3y \leq 15$

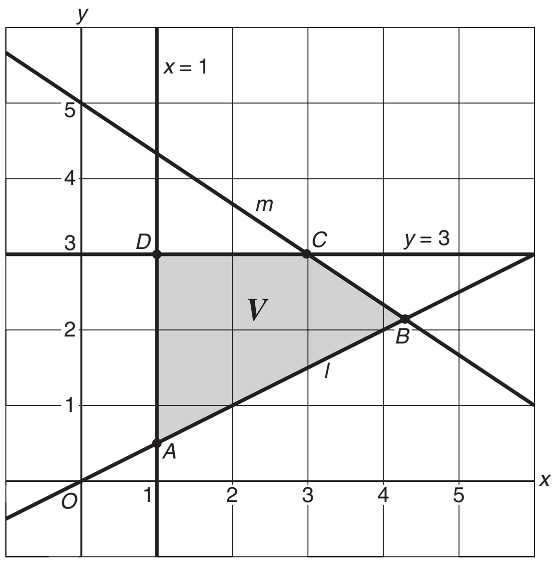
m: $2x + 3y = 15$ door $(7\frac{1}{2}, 0)$ en $(0, 5)$.

$O(0, 0)$ invullen geeft $0 + 0 \leq 15$ en dit klopt.

Dus $(0, 0)$ ligt aan de juiste kant van m.

$x \geq 1$ Dit is het halfvlak rechts van de lijn $x = 1$ met rand.

$y \leq 3$ Dit is het halfvlak onder de lijn $y = 3$ met rand.



b Punt A volgt uit $\begin{cases} x = 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ dus $A(1, \frac{1}{2})$

Punt B volgt uit $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}\left|\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}\right|$ geeft $\begin{cases} 2x - 4y = 0 \\ \underline{2x + 3y = 15} \end{cases}$ $-$

$$-7y = -15$$

$$\left.\begin{aligned} y &= \tfrac{15}{7} \\ x - 2y &= 0 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} x - \tfrac{30}{7} &= 0 \\ x &= \tfrac{30}{7} \end{aligned}$$

Dus $B(\frac{30}{7}, \frac{15}{7})$.

Punt C volgt uit $\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ y = 3 \end{cases}$ dus $C(3, 3)$

Punt D volgt uit $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ dus $D(1, 3)$

5 a $x =$ aantal 5 kg-pakken per dag

$y =$ aantal 1,5 kg-pakken per dag

$x \geq 0$ en $y \geq 0$ en $x \leq 2000$ en $y \leq 3000$ en $5x + 1{,}5y \leq 11\,375$ en $x \leq y$

$5x + 1{,}5y \leq 11\,375$

l: $5x + 1{,}5y = 11\,375$ door $(2275, 0)$ en $(1000, 4250)$.

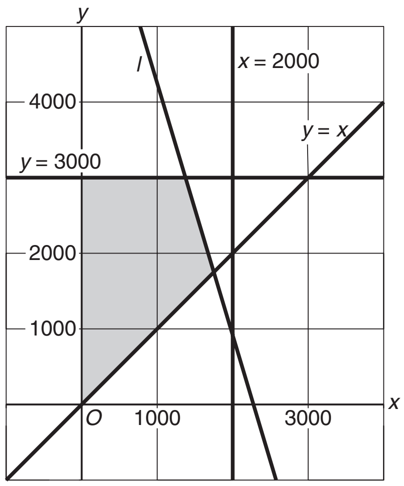
$O(0, 0)$ invullen geeft $0 + 0 \leq 11\,375$ en dit klopt.

Dus $(0, 0)$ ligt aan de juiste kant van l.

$x \geq 0$ en $x \leq 2000$. Tussen de lijnen $x = 0$ en $x = 2000$ met rand.

$y \geq 0$ en $y \leq 3000$. Tussen de lijnen $y = 0$ en $y = 3000$ met rand.

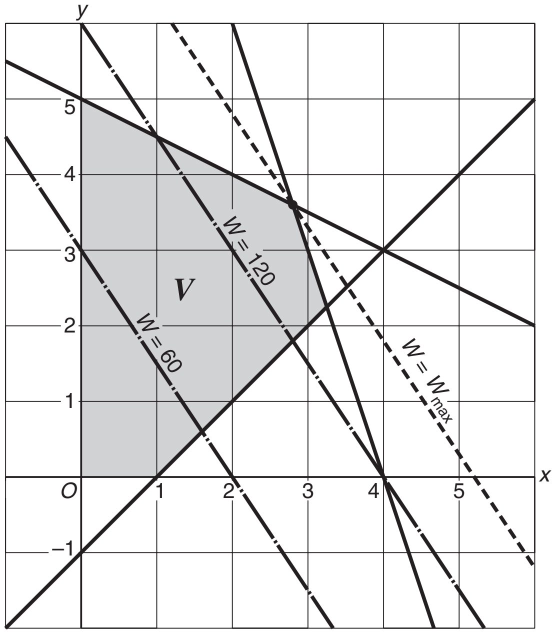
$x \leq y$ Boven de lijn $y = x$.



b De lijn $x = 1500$ snijdt de lijn $y = x$ in het punt $(1500, 1500)$ en de lijn $5x + 1{,}5y = 11\,375$ in het punt $(1500, 2583)$.

Dus er kunnen nog 1500 tot en met 2583 pakken van 1,5 kg gemaakt worden.

6 Grenslijnen $x = 0$, $y = 0$, $x - y = 1$, $x + 2y = 10$ en $3x + y = 12$ en toegestane gebied V, zie figuur.



Isolijn door (2, 0) geeft $30x + 20y = 60$.
Isolijn door (4, 0) geeft $30x + 20y = 120$.
W is maximaal in het snijpunt van de lijnen $x + 2y = 10$ en $3x + y = 12$.

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x + y = 12 \end{cases} \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} x + 2y = 10 \\ 6x + 2y = 24 \end{cases} -$$

$$-5x = -14 \quad \text{dus} \quad \left.\begin{aligned} x &= 2{,}8 \\ x + 2y &= 10 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} 2{,}8 + 2y &= 10 \\ 2y &= 7{,}2 \\ y &= 3{,}6 \end{aligned}$$

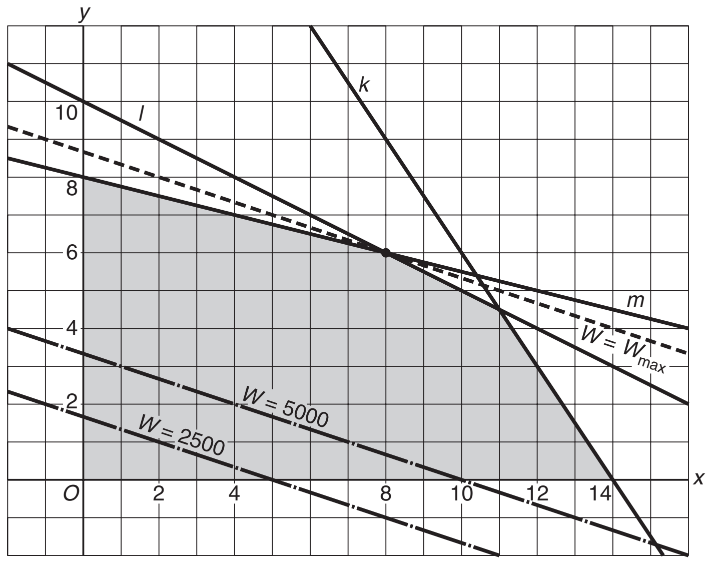
W_{max} in (2,8; 3,6), dus $W_{max} = 30 \cdot 2{,}8 + 20 \cdot 3{,}6 = 156$.

7 a

fase	aantal uur per 100 m EK	SK	beschikbaar aantal uur per dag
I	3	2	42
II	1	2	20
III	2	8	64
winst per 100 m	500	1500	

b x = aantal keer 100 m EK
y = aantal keer 100 m SK
Doelfunctie: $W = 500x + 1500y$.
Beperkende voorwaarden: $x \geq 0$ en $y \geq 0$ en $3x + 2y \leq 42$ en $x + 2y \leq 20$ en $2x + 8y \leq 64$.

c Grenslijnen $x = 0$, $y = 0$, k: $3x + 2y = 42$, l: $x + 2y = 20$ en m: $2x + 8y = 64$.



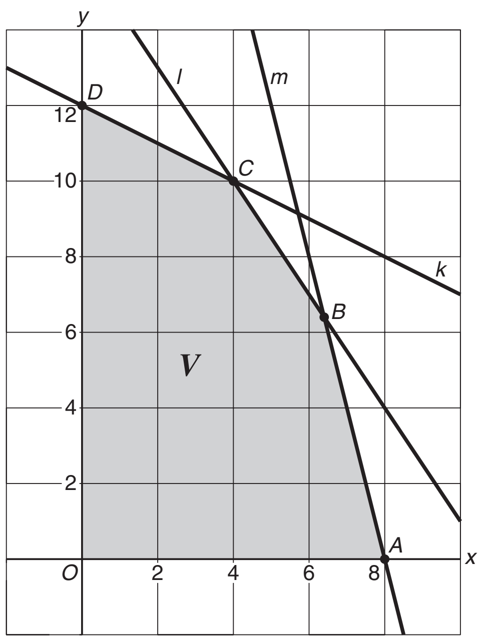
Isolijn door (5, 0) geeft $500x + 1500y = 2500$.
Isolijn door (10, 0) geeft $500x + 1500y = 5000$.
W is maximaal in het snijpunt van de lijnen l: $x + 2y = 20$ en m: $2x + 8y = 64$.

$$\begin{cases} x + 2y = 20 \\ 2x + 8y = 64 \end{cases} \left| \begin{matrix} 1 \\ 0{,}5 \end{matrix} \right| \text{ geeft } \begin{cases} x + 2y = 20 \\ \underline{x + 4y = 32} \end{cases} -$$

$$-2y = -12 \quad \text{dus} \quad \left.\begin{matrix} y = 6 \\ x + 2y = 20 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} x + 12 = 20 \\ x = 8 \end{matrix}$$

Bij het productieprogramma (8, 6) is de winst maximaal.
$W_{\text{max}} = 500 \cdot 8 + 1500 \cdot 6 = 13\,000$ euro per dag.

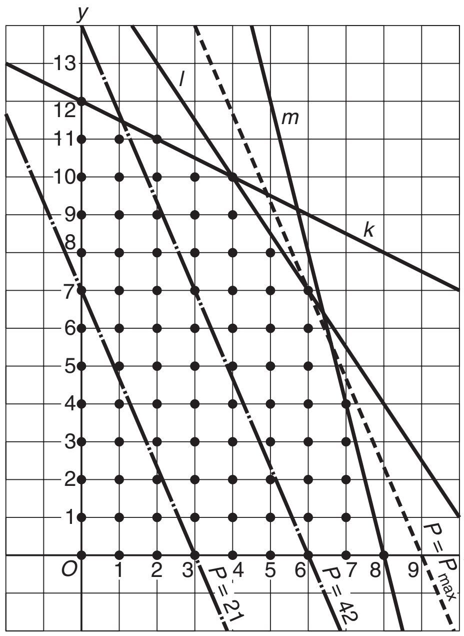
8 a Grenslijnen $x = 0$, $y = 0$, k: $x + 2y = 24$, l: $3x + 2y = 32$ en m: $4x + y = 32$ en toegestane gebied V, zie figuur.



Productieprogramma's die de doelfunctie $W = 9x + 6y$ maximaliseren bevinden zich op het lijnstuk BC met $B(6{,}4; 6{,}4)$ en $C(4, 10)$. Immers de isolijnen van W zijn evenwijdig met l want $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

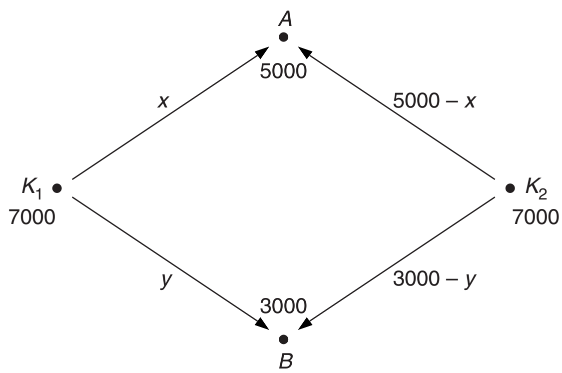
b Zie de figuur bij vraag a.

hoekpunt	doelfunctie $Z = 16x + 9y$	
$O(0, 0)$	0	
$A(8, 0)$	128	
$B(6{,}4; 6{,}4)$	160	← maximaal
$C(4, 10)$	154	
$D(0, 12)$	108	



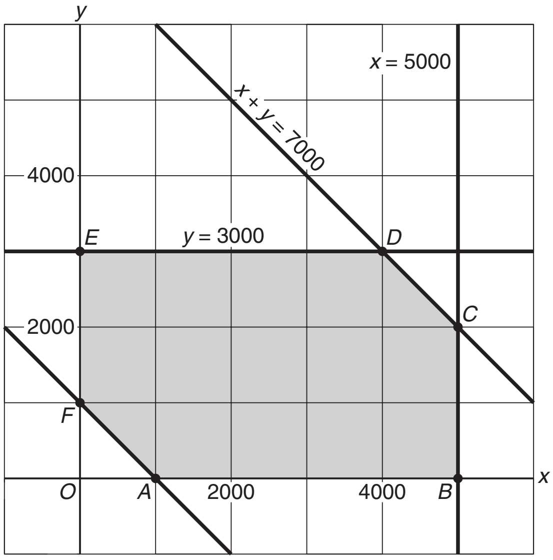
Isolijn door (3, 0) geeft $7x + 3y = 21$.
Isolijn door (6, 0) geeft $7x + 3y = 42$.
P is maximaal in het punt (6, 7), dus $P_{\text{max}} = 7 \cdot 6 + 7 \cdot 3 = 63$.

9



Doelfunctie: $T = 2x + 1{,}5y + 2{,}5(5000 - x) + 2(3000 - y)$
$= 2x + 1{,}5y + 12\,500 - 2{,}5x + 6000 - 2y$
$= -0{,}5x - 0{,}5y + 18\,500$

Beperkende voorwaarden: $x \geq 0$ en $y \geq 0$ en $5000 - x \geq 0$ en $3000 - y \geq 0$
en $x + y \leq 7000$ en $5000 - x + 3000 - y \leq 7000$
ofwel $x \geq 0$ en $y \geq 0$ en $x \leq 5000$ en $y \leq 3000$ en $x + y \leq 7000$ en $x + y \geq 1000$.
Grenslijnen $x = 0$, $y = 0$, $x = 5000$, $y = 3000$, $x + y = 7000$ en $x + y = 1000$.



hoekpunt	$T = -0{,}5x - 0{,}5y + 18\,500$	
$A(1000, 0)$	18 000	
$B(5000, 0)$	16 000	
$C(5000, 2000)$	15 000	$\leftarrow$ minimaal
$D(4000, 3000)$	15 000	$\leftarrow$ minimaal
$E(0, 3000)$	17 000	
$F(0, 1000)$	18 000	

Programma's die de doelfunctie minimaliseren bevinden zich op het lijnstuk CD met $C(5000, 2000)$ en $D(4000, 3000)$.