47 a $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -12t^2 + 90t$

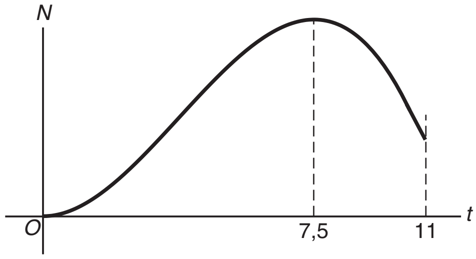
Bij kwart over twee hoort $t = 6{,}25$.

$\left[\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}\right]_{t=6{,}25} = -12 \cdot 6{,}25^2 + 90 \cdot 6{,}25 = 93{,}75 > 0$

Bij $t = 6{,}25$ stijgt N, dus het aantal bezoekers neemt toe.

b $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 0$ geeft

$$\begin{aligned} -12t^2 + 90t &= 0 \\ t(-12t + 90) &= 0 \\ t = 0 \vee -12t + 90 &= 0 \\ t = 0 \vee -12t &= -90 \\ t = 0 \vee t &= 7{,}5 \end{aligned}$$



Uit de schets volgt dat N maximaal is voor $t = 7{,}5$. Bij $t = 7{,}5$ hoort half vier.

c Bij 13.00 uur hoort $t = 5$ en $N = 625$.

Bij 14.00 uur hoort $t = 6$ en $N = 756$.

Er komen dus $756 - 625 = 131$ bezoekers bij.

d Voer in $y_1 = -4x^3 + 45x^2$ en $y_2 = 750$.

De optie intersect geeft $x \approx 5{,}945$ en $x \approx 8{,}863$.

Bij $t = 5{,}945$ hoort ongeveer 14.00 uur.

Bij $t = 8{,}863$ hoort ongeveer 16.50 uur.

Tussen 14.00 en 16.50 uur is het aantal bezoekers meer dan 750.

Diagnostische toets

bladzijde 36

1 $K = aq + b$ met $a = \dfrac{\Delta K}{\Delta q} = \dfrac{575 - 1030}{200 - 460} = 1{,}75$

$$\left.\begin{aligned} &\text{Dus } K = 1{,}75q + b \\ &q = 200 \text{ en } K = 575 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} 575 &= 1{,}75 \cdot 200 + b \\ 575 &= 350 + b \\ 225 &= b \end{aligned}$$

Dus $K = 1{,}75q + 225$.

2 a Elke week een uurtje, dus $t = 52$.

$K_{\mathrm{I}} = 2{,}12 \cdot 52 + 253 = 363{,}24$ euro.

$K_{\mathrm{II}} = 1{,}86 \cdot 52 + 274 = 370{,}72$ euro.

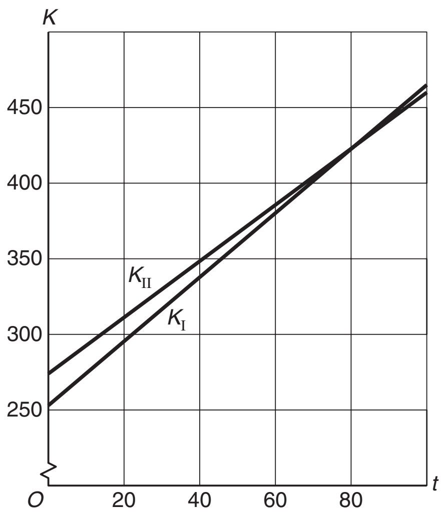
Dus zonnebank I is voor haar het goedkoopst.

b Teken de grafieken van K_{I} en K_{II}.

Los op

$$\begin{aligned} 2{,}12t + 253 &= 1{,}86t + 274 \\ 0{,}26t &= 21 \\ t &\approx 80{,}8 \end{aligned}$$

Dus bij 81 uur of meer is II goedkoper dan I.



c $K_{\mathrm{I}} - K_{\mathrm{II}} = 10$ geeft $2{,}12t + 253 - (1{,}86t + 274) = 10$

$$\begin{aligned} 0{,}26t - 21 &= 10 \\ 0{,}26t &= 31 \\ t &\approx 119 \end{aligned}$$

$K_{\mathrm{II}} - K_{\mathrm{I}} = 10$ geeft $1{,}86t + 274 - (2{,}12t + 253) = 10$

$$\begin{aligned} -0{,}26t + 21 &= 10 \\ -0{,}26t &= -11 \\ t &\approx 42 \end{aligned}$$

Dus bij een gebruik tussen 42 en 119 uur verschillen de kosten minder dan 10 euro.

3 a $p = aq + b$ met $a = \dfrac{\Delta p}{\Delta q} = \dfrac{42{,}50 - 35}{1500 - 1800} = -0{,}025$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Dus } p = -0{,}25q + b \\ q = 1500 \text{ en } p = 42{,}50 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 42{,}50 = -0{,}025 \cdot 1500 + b \\ 42{,}50 = -37{,}50 + b \\ 80 = b \end{array}$$

Dus $p = -0{,}025q + 80$.

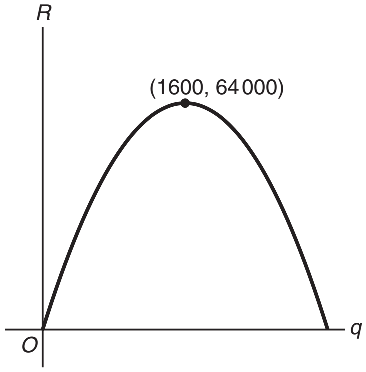
b $R = pq = -0{,}025q^2 + 80q$

Voer in $y_1 = -0{,}025x^2 + 80x$.

De optie maximum geeft $x = 1600$ en $y = 6500$.

$R_{\max} = 64\,000$ euro

$q = 1600$ geeft $p = -0{,}025 \cdot 1600 + 80 = 40$ euro



c $K = 4q + 20\,000$

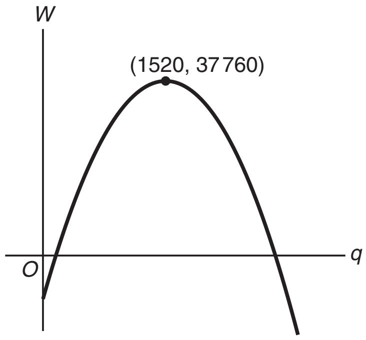
$$\begin{aligned} W = R - K &= -0{,}025q^2 + 80q - (4q + 20\,000) \\ &= -0{,}025q^2 + 76q - 20\,000 \end{aligned}$$

Voer in $y_1 = -0{,}025x^2 + 76x - 20\,000$.

De optie maximum geeft $x = 1520$ en $y = 37\,760$.

$q = 1520$ geeft $p = -0{,}025 \cdot 1520 + 80 = 42$ euro

$W_{\max} = 37\,760$ euro



bladzijde 37

4 a $0{,}004x^2 - 60x = 0$

$x(0{,}004x - 60) = 0$

$x = 0 \vee 0{,}004x - 60 = 0$

$x = 0 \vee 0{,}004x = 60$

$x = 0 \vee x = \dfrac{60}{0{,}004} = 15\,000$

b $q(-0{,}25q + 50) = 900$

$-0{,}25q^2 + 50q - 900 = 0$

$q^2 - 200q + 3600 = 0$

$(q - 20)(q - 180) = 0$

$q = 20 \vee q = 180$

5 a $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5$ geeft $f'(x) = 12x^2 - 6x$

b $g(x) = 0{,}005x^3 + 1{,}3x^2 + 6x$ geeft $g'(x) = 0{,}015x^2 + 2{,}6x + 6$

c $h(t) = 5(4t+1)^2 = 5(16t^2 + 8t + 1) = 80t^2 + 40t + 5$ geeft $h'(t) = 160t + 40$

d $R(q) = (-0{,}04q + 10)q = -0{,}04q^2 + 10q$ geeft $R'(q) = -0{,}08q + 10$

e $L(a) = 6a^2 - 3pa$ geeft $L'(a) = 12a - 3p$

f $N(t) = 0{,}5t^4 - a^2t + a^2$ geeft $N' = 2t^3 - a^2$

6 a $f(x) = 0{,}5x^3 + x^2 - 2x + 1$, dus $f'(x) = 1{,}5x^2 + 2x - 2$

Stel k: $y = ax + b$ met $a = f'(2) = 1{,}5 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 2 = 8$.

Dus k: $y = 8x + b$.

$y_A = f(2) = 5$, dus $A(2, 5)$.

Invullen in $y = 8x + b$ geeft
$$\begin{aligned} 5 &= 8 \cdot 2 + b \\ 5 &= 16 + b \\ -11 &= b \end{aligned}$$

Dus k: $y = 8x - 11$.

b Stel l: $y = ax + b$ met $a = f'(0) = 1{,}5 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 - 2 = -2$.

Dus l: $y = -2x + b$

$y_B = f(0) = 1$, dus $B(0, 1)$.

Invullen in $y = -2x + b$ geeft
$$\begin{aligned} 1 &= -2 \cdot 0 + b \\ 1 &= b \end{aligned}$$

Dus l: $y = -2x + 1$.

7 a $\dfrac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}(at^3 + a^2t - 5at)}{\mathrm{d}t} = 3at^2 + a^2 - 5a$

b $\dfrac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}a} = \dfrac{\mathrm{d}(at^3 + a^2t - 5at)}{\mathrm{d}a} = t^3 + 2at - 5t$

8 a $Z' = -0{,}0009t^2 + 0{,}12t - 2{,}7$

$Z'(10) = -0{,}0009 \cdot 10^2 + 0{,}12 \cdot 10 - 2{,}7 = -1{,}59$

Op 11 augustus neemt het aantal ziektemeldingen af met 1,59 per dag.

b Bij 15 augustus hoort $t = 14$.

$Z'(14) = -0{,}0009 \cdot 14^2 + 0{,}12 \cdot 14 - 2{,}7 \approx -1{,}20 < 0$

Bij $t = 14$ daalt de grafiek, dus het aantal ziektemeldingen neemt af.

Bij 15 september hoor $t = 45$.

$Z'(45) = -0{,}0009 \cdot 45^2 + 0{,}12 \cdot 45 - 2{,}7 \approx 0{,}88 > 0$

Bij $t = 45$ stijgt de grafiek, dus het aantal ziektemeldingen neemt toe.

c Bij 1 september hoort $t = 31$ en bij 30 september hoort $t = 60$.

$Z(31) \approx 15$ en $Z(60) \approx 39$.

Dus $\dfrac{39 - 15}{15} \times 100\% = 160\%$ meer.

9 $\dfrac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}q} = 0{,}00009q^2 - 0{,}030q + 3{,}2$

$\left[\dfrac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}q}\right]_{q=100} = 0{,}00009 \cdot 100^2 - 0{,}030 \cdot 100 + 3{,}2 = 1{,}1$

$\left[\dfrac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}q}\right]_{q=200} = 0{,}00009 \cdot 200^2 - 0{,}030 \cdot 200 + 3{,}2 = 0{,}8$

Dus bij $q = 200$ is de snelheid waarmee de kosten stijgen minder dan bij $q = 100$.

10 $\dfrac{dW}{dq} = -3q^2 + 120q + 1500$

$\dfrac{dW}{dq} = 0$ geeft $-3q^2 + 120q + 1500 = 0$

$q^2 - 40q - 500 = 0$

$(q - 50)(q + 10) = 0$

$q = 50 \quad \vee \quad q = -10$

Uit de schets volgt dat W maximaal is voor $q = 50$.

$W_{\text{max}} = 90\,000$ euro