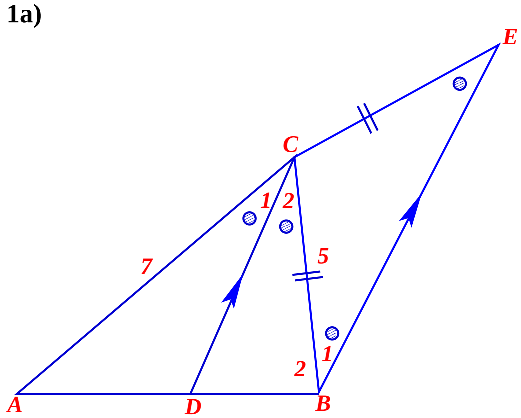
[1,2]

UITWERKINGEN VOOR HET VWO B2

HOOFDSTUK 8
ANALYSEREN, BEWIJZEN EN CONSTRUEREN

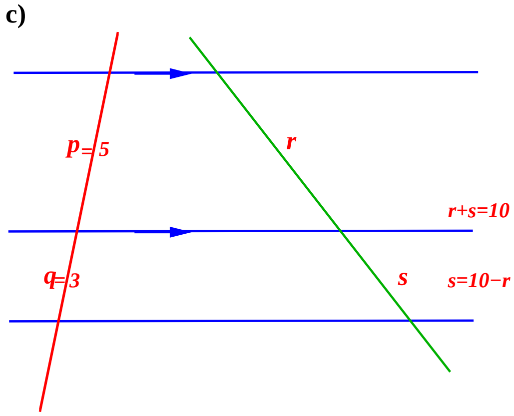
KERN 1
GELIJKE VERHOUDINGEN

1a)



b) $AC : CE = AD : DB$
c) $\angle C_1 = \angle E$ ($F-$hoeken)
$\angle C_2 = \angle B_1$ ($Z-$hoeken)
Dus is $\triangle BCE$ gelijkbenig en is $BC = CE$.
Nu geldt $AC : BC = AD : DB = 7 : 5$

2a) $p : r = q : s$
b) $k : n = m : t$
c)



$\frac{5}{3} = \frac{r}{s} = \frac{r}{10-r} \Rightarrow$
$5 \cdot (10 - r) = 3 \cdot r$(kruislings vermenigvuldigen)
$\Rightarrow\ 50 - 5r = 3r \ \Rightarrow\ 50 = 8r \ \Rightarrow$
$r = \frac{50}{8} = 6\frac{1}{4} \ \Rightarrow s = 3\frac{3}{4}$

3a) $\triangle AKC \sim \triangle BLC$ en $\triangle AKD \sim \triangle BLD$

3b,c) $\left.\begin{array}{l} \triangle AKD \sim \triangle BLD \ \Rightarrow\ \frac{AK}{BL} = \frac{AD}{BD} \\ \triangle AKC \sim \triangle BLC \ \Rightarrow\ \frac{AK}{BL} = \frac{AC}{BC} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$

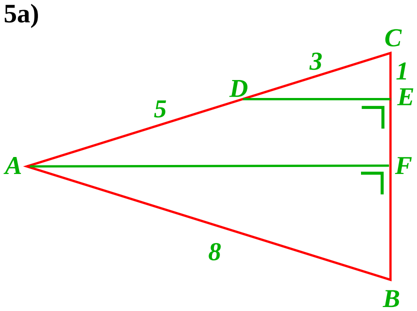
4)
Te bewijzen : $AD : BD = AC : BC$
Bewijs: de buitenhoeken bij C noemen we $\angle C_1$ en $\angle C_2$

$\left.\begin{array}{l} \angle CEB = \angle C_1\, (F - hoeken) \\ \angle EBC = \angle C_2\, (Z - hoeken) \end{array}\right\} \Rightarrow \angle CEB = \angle EBC \ \Rightarrow\ \triangle CEB$ is gelijkbenig, dus $EC = BC$

$DA : DB = AC : EC$(zie boek) , dus $DA : DB = AC : BC$

[1] *werd gemaakt onder LinuX met* LaTeX *en* LyX
[2] *Typ&andere fouten&blunders graag Melden!*

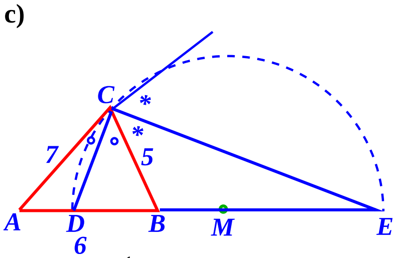
5a)



$\triangle ATC \sim \triangle DEC \Rightarrow$
$\frac{AC}{TC} = \frac{DC}{EC} \Rightarrow$
$\frac{8}{TE+1} = \frac{3}{1} \Rightarrow 8 = 3 \cdot (TE+1) \Rightarrow$
$TE+1 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \Rightarrow TE = 1\frac{2}{3}$
$\triangle ABC$ is gelijkbenig $\Rightarrow BT = CT \Rightarrow$
$BE = 2\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3} = 4\frac{1}{3}$

6a) Dat wordt de middelloodlijn van AB.
b) Nee.
c) Stel $AP = 7x$, dan is $BP = 5x$
In $\triangle APB$ geldt de driehoeksongelijkheid $AP < AB + BP \Rightarrow 7x < 10 + 5x \Rightarrow 2x < 10 \Rightarrow x < 5$
Dus $AP < 35$ en $BP < 25$
d) AP kan dus maximaal 35 worden.

7a) $CA = 7$ en $CB = 5$ dus geldt $\frac{CA}{CB} = \frac{7}{5}$
Volgens opgave (1) geldt $\frac{AD}{BD} = \frac{7}{5}$
Volgens opgave (2) geldt $\frac{AE}{BE} = \frac{7}{5}$
b)
$\angle ACD + \angle DCB + 2 \cdot \angle BCE = 2 \cdot \angle DCB + 2 \cdot \angle BCE = 180^o \Rightarrow \angle DCB + \angle BCE = 90^o \Rightarrow$
$\angle DCE = 90^o$ dus ligt C op een cirkel met middellijn DE (stelling van Thales)
c)



d) $\frac{AQ}{BQ} = \frac{10\frac{1}{2}}{7\frac{1}{2}} = \frac{7}{5} \Rightarrow Q = D$
$\frac{AS}{BS} = \frac{10\frac{1}{2}}{7\frac{1}{2}} = \frac{7}{5} \Rightarrow S = E$
$\angle QPS = 90^o \Rightarrow P$ ligt op een cirkel met middellijn QS
e)
$\left.\begin{array}{l} \frac{AD}{DB} = \frac{AP}{PG} = \frac{7}{5} \\ \frac{AE}{BE} = \frac{AP}{FP} = \frac{7}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow PG = FP$, dus ligt P in het midden van GF
$\triangle FBP$ is rechthoekig (want $\angle DPE = 90^o$) $\Rightarrow P$ is het midden van een omgeschreven cirkel , waar ook B op ligt.
$\Rightarrow FP = BP$
$\frac{AP}{PG} = \frac{AP}{FP} = \frac{AP}{BP} = \frac{7}{5}$

Kern 2
Cirkels en machten

8a) $PA_1 = 2$ en $PB_1 = 8$. Dus $PA_1 \cdot PB_1 = 16$
b) -
c) $PA^2 = 16$
d) -

9a) $a : c = d : b \;\Rightarrow\; \frac{a}{c} = \frac{d}{b} \;\Rightarrow\; a \cdot b = c \cdot d$

(kruislings vermenigvuldigen)

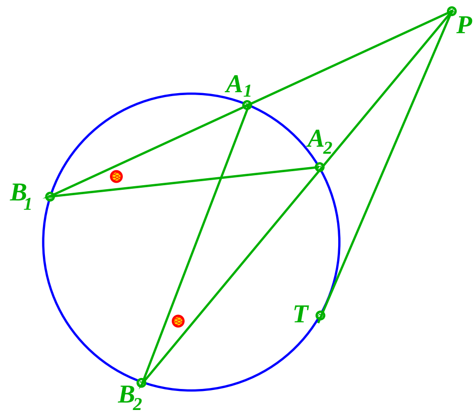
9b)

$\angle B_1$ en $\angle B_2$ staan op dezelfde cirkelboog,

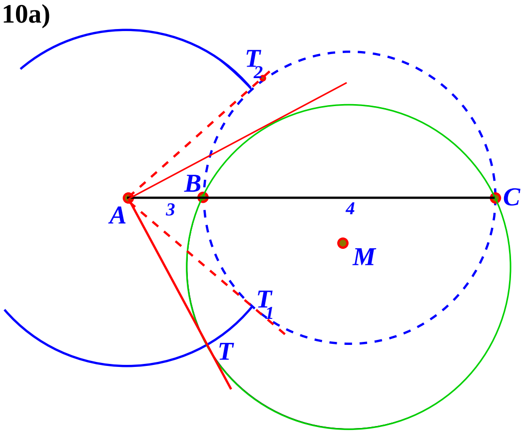
dus is $\triangle PA_1B_2 \sim \triangle PA_2B_1$ (geval HH)

c) $\frac{PA_1}{PA_2} = \frac{PB_2}{PB_1} \;\Rightarrow\; PA_1 \cdot PB_1 = PA_2 \cdot PB_2$

d) Als je A_2 en B_2 steeds dichter naar elkaar laat naderen, vallen ze samen met raakpunt T en geldt $PA_1 \cdot PB_1 = PT \cdot PT = PT^2$



10a)

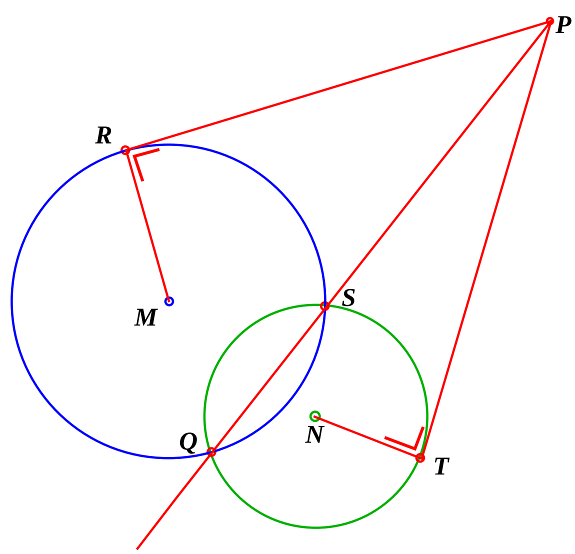


De macht van A ten opzichte van de cirkel is $3 \cdot 7 = 21$.
b) $AT^2 = 21 \Rightarrow\; AT = \sqrt{21}$
c) Zie de figuur bij 10a.
Het is een deel van een cirkel met middelpunt A zonder de boog T_1T_2

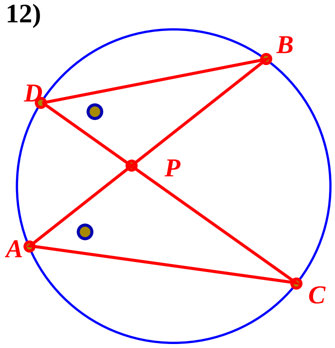
11)

De macht van P ten opzichte van C_1 en C_2 is in beide gevallen $PS \cdot PQ$.

Dus $PR^2 = PS \cdot PQ = PT^2 \;\Rightarrow\; PR = PT$



12)



a)

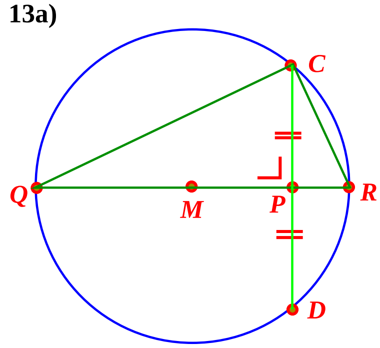
$\angle D = \angle A$ (zelfde cirkelboog)

$\angle APC = \angle DPB$ (overstaande hoeken)

Dus is $\triangle ACP \cong \triangle DBP$

b) $\frac{AP}{CP} = \frac{DP}{BP} \;\Rightarrow\; AP \cdot BP = CP \cdot DP$

13a)



b) $-7 \cdot 1 = -7$

c) Zie hierboven.

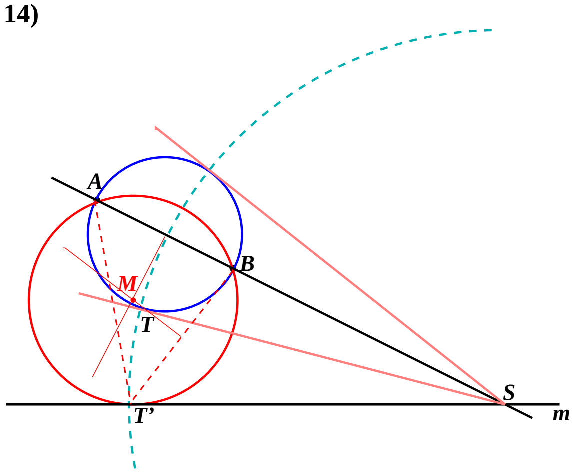
$PC \cdot PD = PQ \cdot PR = 7$

$PC = PD \;\Rightarrow\; PC^2 = 7 \;\Rightarrow\; PC = \sqrt{7}$

Dus $CD = 2\sqrt{7}$

d) In deze figuur : $PC^2 = PQ \cdot PR$ en $PC = PD$
is in beide gevallen de macht van P ten opzichte
van de cirkel.

14)



-Teken een cirkel door AB. (neem b.v. AB als middellijn)

-Teken een raaklijn ST

-Teken een cirkel met straal ST en middelpunt S

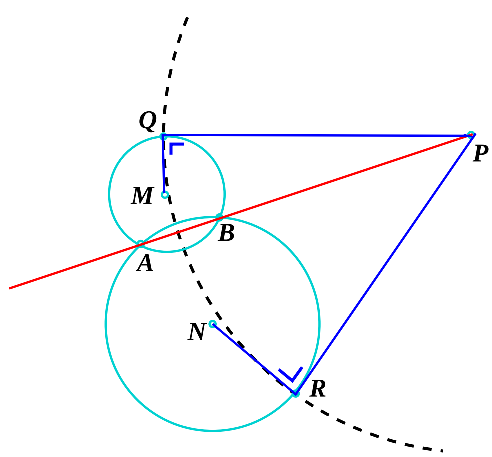
-Snijpunt (T') met lijn m is het raakpunt van de gezochte cirkel

-Het middelpunt M van de gezochte cirkel vind je m.b.v middelloodlijnen ($MA = MB = MT'$)

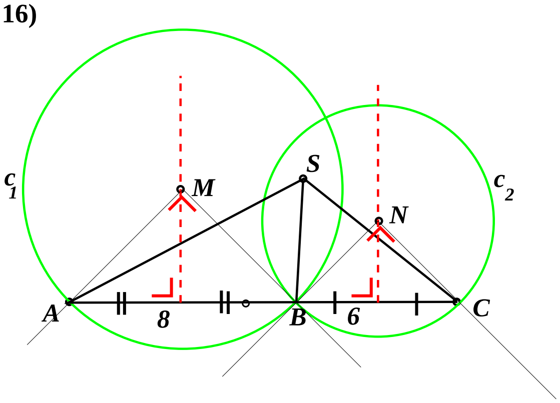
15a)

b) Het middelpunt ligt op de lijn AB

c) Op de lijn AB met uitzondering van de punten tussen A en B.

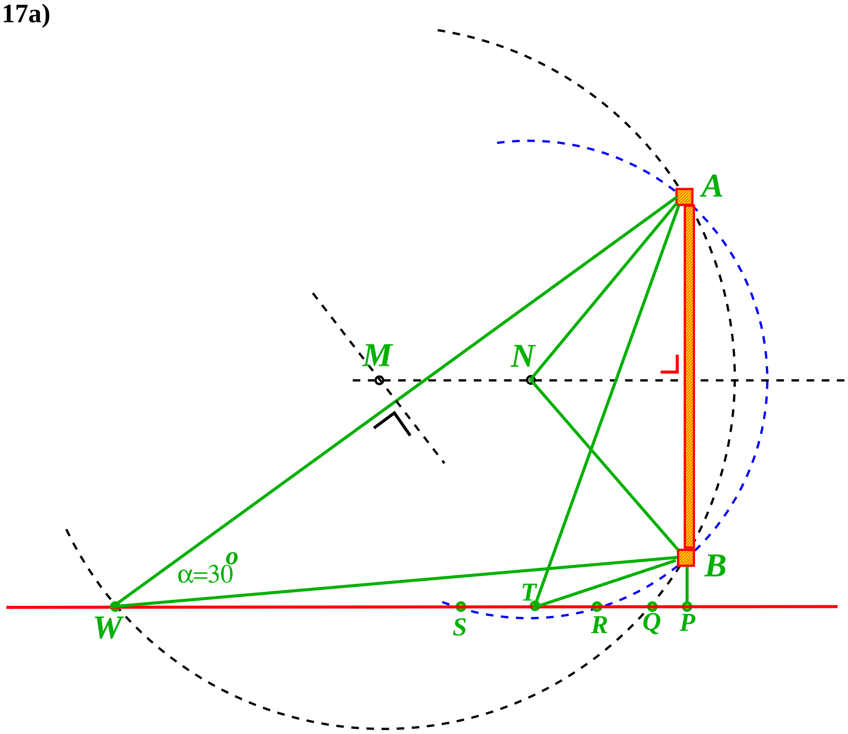


16)



Construeer eerst de cirkel c_1 voor de punten P waarvoor geldt $\angle APB = 45^o$.
Vervolgens de cirkel c_2 voor de punten Q met $\angle BQC = 45^o$. S is het snijpunt van beide cirkels

17a)



Het tweede punt moet liggen op de cirkel door A, B en W . Het middelpunt van deze cirkel is M.
Het snijpunt met de weg is het punt Q.

b)Deze punten liggen op de cirkel door A en B met middelpunt N en $\angle ANB = 90^o$.
Dat geldt voor de snijpunten S en R.

c) Nee

d) Omdat de booglengte van de cirkel daar het grootst is.

e) De cirkel door A en B moet dan raken aan de weg. Om het raakpunt te bepalen, berekenen we eerst de macht van P ten opzichte van deze raakcirkel.

$PA = 6$ en $PB = 1$

$PA \cdot PB = 6 \Rightarrow PT^2 = 6 \Rightarrow PT = \sqrt{6}$

f) $\tan \angle AFP = \frac{6}{\sqrt{6}} \Rightarrow \angle AFP \approx 67,8^o$

$\tan \angle BFP = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \angle BFP \approx 22,2^o$

$\angle ATB \approx 67,8 - 45,6 = 45,6^o$