hoofdstuk

11 Rekenen met kansen

Diagnostische toets

bladzijde 36

1 a $P(\text{2r, 2w en 2b}) = \dfrac{\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{21}{6}} \approx 0{,}139$

b $P(\text{geen b}) = \dfrac{\binom{12}{6}}{\binom{21}{6}} \approx 0{,}017$

c $P(\text{2r en 4 andere}) = \dfrac{\binom{5}{2} \cdot \binom{16}{4}}{\binom{21}{6}} \approx 0{,}335$

2 Vaas met 40 knikkers waarvan 7 rood (de prijzen) en de rest wit.

a $P(\text{geen prijs}) = P(\text{alle 4 wit}) = \dfrac{\binom{33}{4}}{\binom{40}{4}} \approx 0{,}448$

b $P(\text{2 prijzen}) = P(\text{2 wit}) = \dfrac{\binom{33}{2} \cdot \binom{7}{2}}{\binom{40}{4}} \approx 0{,}121$

c Vaas met 1 rood, 6 groen en 33 wit.

$P(\text{de hoofdprijs en één 2}^{\text{e}}\text{ prijs}) = \dfrac{\binom{1}{1} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{33}{2}}{\binom{40}{4}} \approx 0{,}035$

3 Vaas met 160 knikkers waarvan 16 rood (de verkeerd gevulde bakken).

$P(\text{2 bakken niet in orde}) = P(\text{2 rood en 18 andere}) = \dfrac{\binom{16}{2} \cdot \binom{144}{18}}{\binom{160}{20}} \approx 0{,}305$

4 a $P(\text{minstens 1 rode}) = 1 - P(\text{0 rode}) = 1 - \dfrac{\binom{8}{4}}{\binom{14}{4}} \approx 0{,}930$

b $P(\text{hoogstens 1 witte}) = P(\text{0 witte}) + P(\text{1 witte}) = \dfrac{\binom{9}{4}}{\binom{14}{4}} + \dfrac{\binom{5}{1} \cdot \binom{9}{3}}{\binom{14}{4}} \approx 0{,}545$

c $P(\text{geen rode}) = \dfrac{\binom{8}{4}}{\binom{14}{4}} \approx 0{,}070$

d $P(\text{minder dan 3 zwarte}) = 1 - \big(P(\text{3 zwarte}) + P(\text{4 zwarte})\big)$

$$= 1 - \left(\dfrac{\binom{3}{3} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{14}{4}} + 0 \right) \approx 0{,}989$$

5 a Vaas met 120 knikkers waarvan 5 rood (de prijzen).

$P(\text{minder dan 2 prijzen}) = P(\text{0 prijzen}) + P(\text{1 prijs}) = \dfrac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} + \dfrac{\binom{5}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} \approx 0{,}980$

b Vaas met 1 rode (€ 100,–), 4 groene (€ 25,–) en 115 witte.

$P(\text{€ 100,–}) = P(\text{1 rode en 5 witte}) + P(\text{4 groene en 2 witte})$

$$= \dfrac{\binom{1}{1} \cdot \binom{115}{2}}{\binom{120}{6}} + \dfrac{\binom{4}{4} \cdot \binom{115}{2}}{\binom{120}{6}} \approx 0{,}042$$

c $P(\text{geen verlies}) = 1 - P(\text{verlies}) = 1 - P(\text{6 witte of 5 witte en 1 groene})$

$$= 1 - \left(\dfrac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} + \dfrac{\binom{115}{5} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{120}{6}} \right) \approx 0{,}062$$

6 a Vaas met 29 knikkers waarvan 10 rode (7 of hoger).

$P(\text{minstens 5 met 7 of hoger}) = P(\text{minstens 5 rode})$

$$= P(\text{5 rode}) + P(\text{6 rode}) + P(\text{7 rode})$$

$$= \dfrac{\binom{10}{5} \cdot \binom{19}{2}}{\binom{29}{7}} + \dfrac{\binom{10}{6} \cdot \binom{19}{1}}{\binom{29}{7}} + \dfrac{\binom{10}{7}}{\binom{29}{7}} \approx 0{,}030$$

b Vaas met 15 rode (de jongens).

$P(\text{minder dan 3 door jongen gemaakt}) = P(\text{minder dan 3 rode})$

$$= P(\text{0 rode}) + P(\text{1 rode}) + P(\text{2 rode})$$

$$= \dfrac{\binom{14}{7}}{\binom{29}{7}} + \dfrac{\binom{15}{1} \cdot \binom{14}{6}}{\binom{29}{7}} + \dfrac{\binom{15}{2} \cdot \binom{14}{5}}{\binom{29}{7}} \approx 0{,}166$$

c Vaas met 8 rode (cijfer 5 of lager).

$P(\text{minstens 2 proefwerken met een cijfer 5 of lager}) = P(\text{minstens 2 rode})$

$$= 1 - P(\text{hoogstens 1 rode})$$

$$= 1 - \big(P(\text{0 rode}) + P(\text{1 rode})\big)$$

$$= 1 - \left(\dfrac{\binom{21}{7}}{\binom{29}{7}} + \dfrac{\binom{8}{1} \cdot \binom{21}{6}}{\binom{29}{7}} \right) \approx 0{,}647$$

7 a $P(\text{3 keer een K}) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \approx 0{,}033$

b $P(\text{één P}) = P(\text{P}\cancel{\text{P}}\cancel{\text{P}}) + P(\cancel{\text{P}}\text{P}\cancel{\text{P}}) + P(\cancel{\text{P}}\cancel{\text{P}}\text{P})$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = 0{,}45$$

c $P(\text{minstens 2 keer een S}) = P(\text{2 keer een S}) + P(\text{3 keer een S})$

$$= P(\text{SS}\cancel{\text{S}}) + P(\text{S}\cancel{\text{S}}\text{S}) + P(\cancel{\text{S}}\text{SS}) + P(\text{SSS})$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{4} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} \approx 0{,}267$$

d $P(\text{3 keer dezelfde letter}) = P(\text{SSS}) + P(\text{KKK}) + P(\text{PPP})$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = 0{,}1$$

e $P(\text{hoogstens één K}) = P(\text{0 of 1 K}) = P(\cancel{\text{K}}\cancel{\text{K}}\cancel{\text{K}}) + P(\text{K}\cancel{\text{K}}\cancel{\text{K}}) + P(\cancel{\text{K}}\text{K}\cancel{\text{K}}) + P(\cancel{\text{K}}\cancel{\text{K}}\text{K})$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = 0{,}75$$

8 a $P(\text{insect komt in de klasse 3 tot 4}) = 0{,}83 \times 0{,}66 \times 0{,}41 \approx 0{,}225$

b $P(\text{insect gaat in de klasse 2 tot 3 dood}) = 0{,}83 \times 0{,}66 \times (1 - 0{,}41) \approx 0{,}323$

c $P(\text{insect wordt minstens 4 maanden oud}) = 0{,}83 \times 0{,}66 \times 0{,}41 \times 0{,}12 \approx 0{,}027$

d $P(\text{insect wordt minder dan 4 maanden oud}) = 1 - P(\text{insect wordt minstens 4 maanden oud})$

$$= 1 - 0{,}83 \times 0{,}66 \times 0{,}41 \times 0{,}12 \approx 0{,}973$$

9 a $P(\text{na vier partijen afgelopen}) = P(\text{Cees of Jan wint na 4 partijen})$

$P(\text{JCCC}) + \text{P}(\text{CJCC}) + P(\text{CCJC}) + P(\text{CJJJ}) + P(\text{JCJJ}) + P(\text{JJCJ})$

$= 3 \cdot P(\text{JCCC}) + 3 \cdot P(\text{CJJJ})$

$= 3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^3 + 3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3^3 \approx 0{,}365$

b $P(\text{Cees wint}) = P(\text{Cees wint na 3, 4 of 5 partijen})$

$= P(\text{CCC}) + 3 \cdot P(\text{JCCC}) + P(\text{JJCCC}) + P(\text{JCJCC})$

$+ P(\text{JCCJC}) + P(\text{CJJCC}) + P(\text{CJCJC}) + P(\text{CCJJC})$

$= 0{,}7^3 + 3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^3 + 6 \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7^3 \approx 0{,}837$

10 a Iedere docent kan maar één keer gekozen worden, dus zonder terugleggen.

$$P(\text{3v, 2m}) = \frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{16}{5}} \approx 0{,}288$$

b Iedere docent kan meerdere keren gekozen worden, dus met terugleggen.

$$P(\text{3v, 2m}) = \binom{5}{3} \cdot P(\text{vvvmm}) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{7}{16}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{16}\right)^2 \approx 0{,}265$$

11 a $P(\text{allemaal hoog of middelbaar}) = P(\cancel{\text{L}}\cancel{\text{L}}\cancel{\text{L}}\cancel{\text{L}}\cancel{\text{L}}\cancel{\text{L}}\cancel{\text{L}}\cancel{\text{L}}\cancel{\text{L}}) = 0{,}74^9 \approx 0{,}067$

b $P(\text{2 hoog}) = \binom{9}{2} \cdot P(\text{HH}\cancel{\text{H}}\cancel{\text{H}}\cancel{\text{H}}\cancel{\text{H}}\cancel{\text{H}}\cancel{\text{H}}\cancel{\text{H}}) = \binom{9}{2} \cdot 0{,}45^2 \cdot 0{,}55^7 \approx 0{,}111$

c $P(\text{5 hoog en 4 middelbaar}) = \binom{9}{5} \cdot P(\text{HHHHHMMMM}) = \binom{9}{5} \cdot 0{,}45^5 \cdot 0{,}29^4 \approx 0{,}016$

d $P(\text{hoogstens 2 middelbaar}) = P(\text{0, 1 of 2 middelbaar})$

$$= 0{,}71^9 + \binom{9}{1} \cdot 0{,}29 \cdot 0{,}71^8 + \binom{9}{2} \cdot 0{,}29^2 \cdot 0{,}71^7 \approx 0{,}490$$